

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 1036D 530

1. В трехмерном пространстве две прямые заданы векторными уравнениями $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$ и $\vec{r} = \vec{c} + t\vec{d}$. Используя скалярные и векторные произведения векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$, найдите расстояние между этими прямыми.
2. Найдите ортогональную матрицу, при умножении которой на вектор-столбец $x = [0, 3, 4]^T$ получается вектор-столбец $y = [5, 0, 0]^T$.
3. Докажите, что множество комплексных чисел вида $a + b\mathbf{i}$, где \mathbf{i} — мнимая единица, a и b — всевозможные целые числа, является целостным унитарным кольцом (в качестве операций рассматриваются сложение и умножение комплексных чисел), и найдите все делители единицы.
4. Вещественная часть каждого корня комплексного многочлена $f(x)$ отрицательна. Докажите, что если комплексное число z удовлетворяет условию $\operatorname{Re}(z) \geq 0$, то $\operatorname{Re}\left(\frac{f'(z)}{f(z)}\right) > 0$.